CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Scritta Parziale

31 Ottobre 2003

1. Provare che la successione

$$f_n(x) = \frac{1}{n} \int_0^{nx} \sqrt[6]{|\sin(\pi t)|}dt$$

converge uniformemente su $\mathbf{R}$ ad $f(x) = kx$, dove $k = \int_0^1 \sqrt[6]{|\sin(\pi t)|}dt$.

(Sugg.to: sia $g_n(x) = \frac{1}{n} \int_0^{[nx]} \sqrt[6]{|\sin(\pi t)|}dt$, provare che $f_n - g_n$ converge a zero per ogni $x \in \mathbf{R}$.)

2. Determinare la somma della serie numerica

$$\sum_{n \geq 0} \int_0^{e^{-1}} x^{2n+1} \ln^5(1 - x^2)dx.$$

3. Discutere la convergenza semplice ed uniforme della serie

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2n + \ln(1 + e^{-2n})}{e^{2n}} \left(\frac{1}{2} - \cos x\right)^{n^3}.$$

4. Determinare estremo inferiore, superiore ed eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = -6xy^2 + 2x^3 - 4y^3 + 3x^2 + 6xy + 3y^2 + 12.$$

5. Sia $v_o \geq 0$, determinare tutte le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = \dfrac{4x}{1 + x^2} y' + 24x(1 + x^2)^2 \sqrt{y'} \\ y'(0) = v_o \\ y(0) = 0. \end{cases}$$