

**CORSO di LAUREA in FISICA  
ANALISI MATEMATICA 2B**

**Prova Scritta 15 Luglio 2004**

1. Al variare di  $k \in \mathbf{R}$  discutere la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = n^k \left( e^{\frac{\cos^2 x}{n}} - 1 \right) \sin \left( \frac{n\pi}{n+2} x \right).$$

2. Integrare al variare di  $k \in \mathbf{R}$  l'equazione differenziale

$$y''' + y'' - 2y = 5e^{kx}.$$

Inoltre, determinare le soluzioni passanti per  $(0, 0)$  e aventi in tale punto un flesso a tangente orizzontale.

3. Sia  $f(x, y, z) = xy^2 - \sin(xz) + \log y$ , verificare che l'equazione  $f(x, y, z) = 0$  definisce implicitamente una funzione del tipo  $y = y(x, z)$  in un intorno del punto  $P \equiv (0, 1, k)$ ,  $k \in \mathbf{R}$ .

Determinare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine di tale funzione in un intorno di  $P' \equiv (0, k)$ , trovare i valori di  $k$  per cui il punto  $P'$  è un punto critico e specificarne la natura.

4. Determinare massimi e minimi assoluti della funzione

$$f(x, y) = e^{\frac{x^2}{4} + y^2} - x^2 - y^2$$

sull'insieme  $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 9\}$ .