

$$y' \leq -1:$$

$$y(x) = -\sqrt{x^2 - 1} \quad x \geq 1$$

La famiglia ad un parametro di rette

$$y = px + \sqrt{p^2 - 1} \quad |p| \geq 1$$

è tale che ogni retta della famiglia è tangente alla curva

$$y_0(x) = -\sqrt{x^2 - 1} \quad |x| \geq 1$$

in al più un punto.

Le soluzioni del Pb di Cauchy si ottengono imponendo la condizione di passaggio dal punto $(0, 1)$:

$$1 = \cancel{p \cdot 0} + \sqrt{p^2 - 1} \Leftrightarrow p \in \{\pm\sqrt{2}\}$$

Quindi, si ha che le funzioni:

$$y_1(x) = \sqrt{2}x + 1, \quad y_2(x) = -\sqrt{2}x + 1$$

sono soluzioni.

Altre sol. si ottengono considerando gli integrali misti ottenuti dalle due rette e dalla curva $y_0; y_0$.

$$y_3(x) = \begin{cases} y_0(x) & x \leq -\sqrt{2} \\ y_1(x) & x > -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$y_4(x) = \begin{cases} y_2(x) & x \leq \sqrt{2} \\ y_0(x) & x > \sqrt{2} \end{cases}$$

