

Un altro modo per studiare f su $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^2$ è ③
 quello di usare i Moltiplicatori di Lagrange.
 Si vede facilmente che ogni punto di \mathcal{D} è reg.
 dare la cui condizione necessaria affinché
 $(x, y) \in \mathcal{D}$ sia punto di max/min relativo è
 che, posto $F(x, y) = 4x^2 + y^2$, $\exists \lambda \in \mathbb{R}$ t.c.

$$\begin{cases} \nabla f(x, y) = \lambda \nabla F(x, y) \\ F(x, y) = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla f(x, y) = \lambda \nabla F(x, y) \\ F(x, y) = 12 \end{cases}$$

è chiaro che i punti $(x, -x) \in A$, $(x, -x) \in B$
 verificano tali condizioni (con $\lambda = 0$) essendo
 punti critici di f .

Nel primo caso si ha:

$$\begin{cases} 2'(x+y)(4x^2+y^2-10) + (x+y)^2 \cdot 8x = \lambda 8x \\ 2'(x+y)(4x^2+y^2-10) + (x+y)^2 \cdot 2y = \lambda 2y \\ 4x^2+y^2=8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -2(x+y) + 4x(x+y)^2 = 4\lambda x \\ -2(x+y) + y(x+y)^2 = \lambda y \\ 4x^2+y^2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2(4x-y) = \lambda(4x-y) \\ -(x+y) + 2x(x+y)^2 = 2\lambda x \\ 4x^2+y^2=8 \end{cases}$$

ritraendo la 2^a riga
alla 1^a

dalla prima si ha che $0 \vee y = 4x$ o $(x+y)^2 = \lambda$

$$(x+y)^2 = \lambda \Rightarrow x+y=0 \Rightarrow \left(-\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot 2, 2\sqrt{\frac{2}{5}}\right), \left(2\sqrt{\frac{2}{5}}, -2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$$

$$y = 4x \Rightarrow |x| = \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow \left(\sqrt{\frac{2}{5}}, 4\sqrt{\frac{2}{5}}\right), \left(-\sqrt{\frac{2}{5}}, -4\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$$