

$$(3) \begin{cases} y = xy' + \sqrt{(y')^2 - 1} & (\Rightarrow |y'| \geq 1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

④

L'O.D.E. è un'equazione di Clairaut, che ammette soluzioni del tipo

$$y = px + \sqrt{p^2 - 1} \quad (|p| \geq 1)$$

ed anche tali che:

$$x + \frac{y'}{\sqrt{(y')^2 - 1}} = 0 \quad (*)$$

Altre soluzioni si ottengono considerando eventuali integrali misti.

Per determinare le soluzioni di (\*) si noti che:

$y' \geq 1 \Rightarrow x < 0$  e  $y' \leq -1 \Rightarrow x > 0$ , da cui:

$$\underline{y' \geq 1}: \quad \frac{(y')^2}{(y')^2 - 1} = x^2 \Leftrightarrow (y')^2 = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow y' = - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \Leftrightarrow$$

$$y(x) = -\sqrt{x^2 - 1} + C \quad -x \geq 1$$

imponiamo:

$$y(x) = xy'(x) + \sqrt{(y'(x))^2 - 1}$$

si trova  $C = 0$ .

Quindi:

$$y(x) = -\sqrt{x^2 - 1} \quad -x \geq 1$$

Analogamente: