

# CORSO di LAUREA in FISICA ANALISI MATEMATICA 2B

**Prova Scritta**

7 Gennaio 2004

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n \geq 1} 3^{-\ln^2 |n^2 x| - 2 \ln |n^2 x| - 2}$$

nell'insieme  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ .

2. Determinare l'intervallo di convergenza e la somma della serie di potenze

$$\sum_{n \geq 1} (n+1)^2 x^n.$$

3. Studiare la lipschitzianità locale nella variabile  $y$  della funzione

$$f(x, y) = (|y| - 1) \arctan(y^2 - x^4),$$

quindi determinare l'andamento qualitativo delle soluzioni del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = x_0. \end{cases}$$

4. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$2x^2 y''' + xy'' - y' = x \ln |x|$$

che possono essere estese in modo  $C^1$  nell'origine.

5. Determinare eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = \int_0^{\frac{1}{x^2 + 9y^2}} e^{-t^2} t^4 \left( (t-1)^2 (t-2)^2 - 36 \right) dt.$$