

CORSO di LAUREA in FISICA ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Scritta Parziale

3 Dicembre 2003

1. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare l'integrale generale dell'O.D.E.

$$y'' + 2\alpha y' + 1 = x^2 + \cos(2x) + \cosh(3x).$$

2. Studiare l'andamento qualitativo delle soluzioni del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \ln(xy) \\ y(1) = y_0 \end{cases} \quad (y_0 \geq 1).$$

3. Determinare i punti della curva γ di equazione cartesiana

$$(x^2 + y^2)^2 - xy = 0$$

che hanno massima/minima distanza dal punto $(1, 1)$.

4. Provare che l'equazione

$$y^3 + 3xy^2 + 3x^2y - 7 = 0$$

definisce implicitamente in un intorno del punto $(x_o, y_o) = \left(-\sqrt[3]{7/2}; 2\sqrt[3]{7/2}\right)$ una funzione $y = \varphi(x)$ tale che $y_o = \varphi(x_o)$. Dimostrare che in $x = x_o$ tale funzione ha un massimo relativo.

(Facoltativo: provare che φ è definita su tutto $\mathbf{R}$.)