

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B**

Prova Scritta 1 Settembre 2004

- 1.** Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{n \geq 1} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(x^n) \right) \frac{1}{1 + n^{1/x}}.$$

- 2.** Determinare i valori del parametro $\lambda \in \mathbf{R}$ per cui il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} 3xy' + y = \frac{1}{1+x} \\ y(0) = \lambda \end{cases}$$

ammette soluzione. Esibire tali soluzioni.

- 3.** Studiare l'andamento qualitativo delle soluzioni del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{y} \exp\left(\frac{x}{y} - 1\right) \\ y(x_o) = 1/x_o. \end{cases}$$

- 4.** Determinare gli estremi inferiore e superiore ed eventuali estremi relativi e assoluti sull'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x^2 - y^2| < 1/2\}$ della funzione

$$f(x, y) = xy \left| \ln \left(x^2 + y^2 + \frac{1}{2} \right) \right|.$$

- 5.** Sia $F(x, y, z) = \exp(xyz) - \ln(xyz)$, provare che il luogo dei punti critici di F è localmente un grafico regolare del tipo $z = f(x, y)$. Esplicitarne il vettore normale.