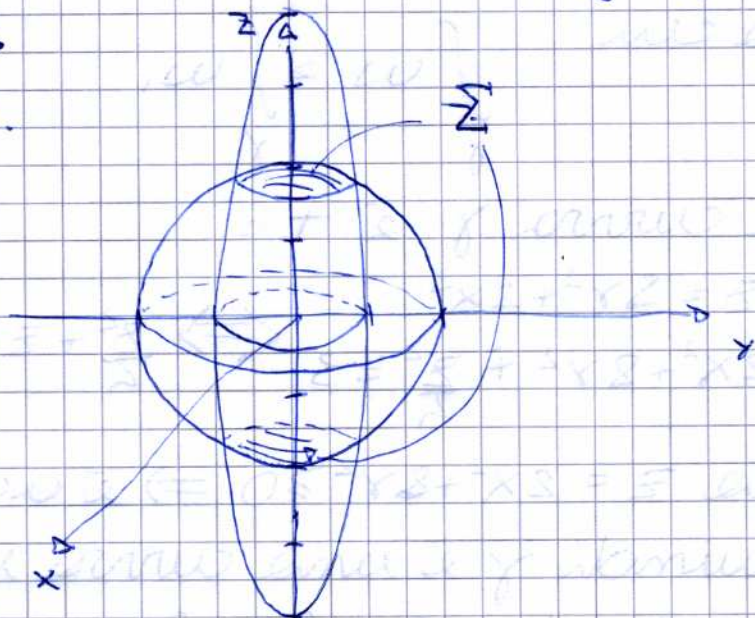


(3) Sia la superficie  $\Sigma'$  che il solido  $D$  limitato dall'ellissoide e dalla sfera sono di rotazione. Si possono usare i  $\Sigma$ hm di Guldinus. Il calcolo dell'area di  $\Sigma'$  però è molto semplice se si considera come unione di 2 grafici ~~rispetto~~ di funzioni delle variabili  $(x, y)$ .



In effetti, si ha  $(x, y, z) \in \Sigma$  se e

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{16} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 - z^2 \\ \frac{z^2}{16} + 4 - z^2 \leq 1 \Leftrightarrow |z| \geq \frac{4}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

da cui:

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4 - \frac{16}{5}, z = \pm \sqrt{4 - (x^2 + y^2)} \right\}$$

da cui:

$$A(\Sigma') = 2 \iint_{\left\{ x^2 + y^2 \leq \frac{4}{5} \right\}} \left( \left| \nabla \left( \sqrt{4 - (x^2 + y^2)} \right) \right|^2 + 1 \right)^{\frac{1}{2}} dx dy =$$

$$= 2 \iint_{\left\{ x^2 + y^2 \leq \frac{4}{5} \right\}} \frac{2}{\sqrt{4 - (x^2 + y^2)}} dx dy =$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{2}{\sqrt{5}}} \frac{2s}{\sqrt{4 - s^2}} ds = 4\pi \int_0^{\frac{4}{5}} \frac{dt}{\sqrt{4 - t}} = 32\pi \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$