

23/06/03

(1) Si vede facilmente che  $w = w_1 + df$ , con

$$f(x,y,z) = e^{xy^2z}$$

$$w_1(x,y,z) = \frac{-yz}{x^2+y^2} dx + \frac{xz}{x^2+y^2} dy + xy^2 dz$$

da cui:

$$\int_{\gamma} w = \int_{\gamma} w_1$$

La curva  $\gamma$  è t.c.

$$\begin{cases} z = 8y^2 + 2x^2 \\ 2x^2 + 8y^2 + \frac{z^2}{4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{z^2}{4} + z - 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-2(\sqrt{2}-1)}{1-2(\sqrt{2}+1)}$$

ma  $z = 2x^2 + 8y^2 \geq 0 \Rightarrow$  è accettabile solo  $z_0 = 2(\sqrt{2}-1)$

Quindi  $\gamma$  è una curva piana! È l'ellisse  
di eq.mi  $\begin{cases} 8y^2 + 2x^2 = z_0 \\ z = z_0 \end{cases}$

da cui:

$$\begin{aligned} \int_{\gamma} w &= \int_{\gamma} \left( \frac{-yz_0}{x^2+y^2} dx + \frac{xz_0}{x^2+y^2} dy \right) \\ &= z_0 \int_{\gamma} \left( \frac{-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x}{x^2+y^2} dy \right) \end{aligned}$$

$\xrightarrow{z=z_0} \Rightarrow$  la componente  $xy^2 dz$  NON dà contributo!  
(perché  $dz=0$ )

$$= z_0 \int_{\gamma} (\text{forma che conta i giri}) = -2\pi z_0$$

meno dall'orientazione

(2) Conviene usare il Thm Divergenza:

$$\begin{aligned} \iint_{\partial D} F \cdot n \, d\tau &= \iiint_D \operatorname{div} F \, dx \, dy \, dz = \iiint_D 2z \, dx \, dy \, dz \\ &= 2 \int_0^2 z \, dz \iint_{\{x^2+y^2 \leq z^{3/4}\}} dx \, dy = 2\pi \int_0^2 z \cdot z^{3/2} \, dz = \frac{4}{7} \pi \cdot 2^{7/2} \end{aligned}$$

Volendo calcolare il flusso direttamente come  
integ. di sup. cioè i conti sono lunghi!