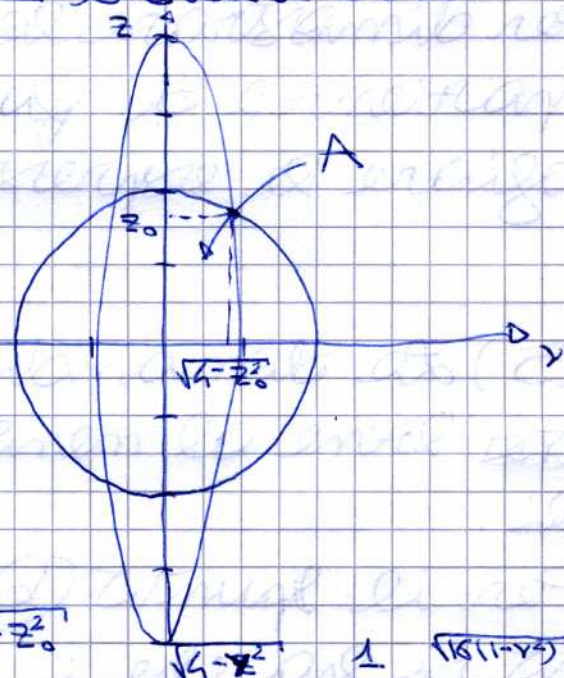


Per calcolare il volume conviene usare il
 Teor. di Guldinus che il solido è di ro-
 tazione. Nel piano yz si considera ^{la regione} l'interse-
~~zione~~zione dell'ellisse $y^2 + \frac{z^2}{16} = 1$ e della circ.
 $x^2 + z^2 = 4$, A.

D è ottenuto ruotando A
 intorno l'asse z , da cui se

\bar{y} = coord. y del baricentro



$$\begin{aligned}
 V(D) &= 2\pi \text{area}(A) \cdot \bar{y} \\
 &= 2\pi \iint y \, dy \, dz = 4\pi \left[\int_0^1 y \, dy \int_{\sqrt{4-z^2}}^{\sqrt{4-z^2}} dz + \int_{\sqrt{4-z^2}}^0 y \, dy \int_0^{\sqrt{4-z^2}} dz \right] \\
 &= 4\pi \left[\int_0^1 y \sqrt{4-y^2} \, dy + \int_{\sqrt{4-z^2}}^1 4y \sqrt{1-y^2} \, dy \right] = \\
 &= 2\pi \left[\int_0^{\sqrt{4-z^2}} \sqrt{4-t} \, dt + 4 \int_{\sqrt{4-z^2}}^1 \sqrt{1-t} \, dt \right] = \\
 &= 2\pi \left[-\frac{2}{3} (4-t)^{3/2} \Big|_0^{\sqrt{4-z^2}} + 4 \left(-\frac{2}{3} \right) (1-t)^{3/2} \Big|_{\sqrt{4-z^2}}^1 \right] = \\
 &= -\frac{4\pi}{3} \left[z_0^3 - 2^3 + 4 \left(0 - (z_0^2 - 3)^{3/2} \right) \right] = \\
 &= \frac{4\pi}{3} \left[8 + 4 \left(\underbrace{z_0^2 - 3}_{\frac{16-3}{5} = \frac{1}{5}} \right)^{3/2} - \underbrace{z_0^3}_{\frac{64}{5\sqrt{5}}} \right] = \\
 &= \frac{16\pi}{3} \left[2 + \frac{1}{5\sqrt{5}} - \frac{16}{5\sqrt{5}} \right] = \frac{16\pi}{3} \left[2 - \frac{3}{\sqrt{5}} \right]
 \end{aligned}$$