Altrimenti si può risolvere l'esercizio usando il Metodo dei Moltiplicatori di Lagrange.

Se
$$F_1(xyz) = x+y-z \quad , \quad F_2(xyz) = x^2+y^2-2z$$
allora:
$$\Sigma_1 = \{F_1=0\} \cap \{F_2=0\}$$
poiché:
$$\frac{\partial(F_1,F_2)}{\partial(xyz)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2x & 2y & -2 \end{pmatrix}$$
e
$$(2y-2x)^2+(2y-2)^2+(2x-2)^2=0 \iff x=y=1$$
si ha che tutti i punti di Σ_1 sono regolari dato che: $(1,1,z) \notin \Sigma_1 \quad \forall z \in \mathbb{R}$.

Se (xyz) è max/min relativo di $d^2(xyz)$ su Σ_1 allora $\exists\, \lambda, \mu$ t.c.
$$\begin{cases} \nabla d^2(xyz) = \lambda F_1(xyz) + \mu F_2(xyz) \\ (xyz) \in \Sigma_1 \end{cases} \iff$$

$$\begin{cases} 2x = \lambda + 2\mu x \\ 2y = \lambda + 2\mu y \\ 0 = -\lambda + (-2\mu) \\ (xyz) \in \Sigma_1 \end{cases} \iff \begin{cases} (2+\lambda)x = \lambda \quad (\Rightarrow \lambda \neq -2) \\ (2+\lambda)y = \lambda \\ \lambda = -2\mu \\ (xyz) \in \Sigma_1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = y = \dfrac{\lambda}{2+\lambda} \\ \lambda = -2\mu \\ (xyz) \in \Sigma_1 \end{cases} \iff (xyz) \in \{(0,0,0); (2,2,4)\}$$

Infine, poiché $d^2((000)) = 0 < d^2((2,2,4)) = 8$
(000) punto di minimo e (224) punto di massimo.