CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A e 2B

Prova Scritta

23 Marzo 2004

Risolvere almeno due dei seguenti esercizi:

1. Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni $\sum_{n\geq 2} a_n x^n$, dove
$$a_n = \int_n^{n+1} \frac{1}{\sqrt{t}\ln t} dt.$$

2. Provare che Σ luogo dei punti di $\mathbf{R}^3$ descritto dal sistema
$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2z = x^2+y^2 \end{cases}$$
definisce una curva regolare, esibirne una rappresentazione parametrica.

Determinare, se esistono, i punti di massima e minima distanza di Σ dall'asse z.

3. Studiare l'andamento qualitativo delle soluzioni del Problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = e^8 - e^{xy^3} \\ y(x_o) = 0. \end{cases}$$

4. Determinare l'integrale generale dell'o.d.e.
$$y' = \sin x + \frac{1}{2}\sin(2x)e^{2y}.$$

Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi:

5. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}\setminus\{0\})$, trovare, se esistono, delle condizioni necessarie e sufficienti affinché la forma differenziale
$$\omega_f(x,y) = f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)(-ydx+xdy)$$
sia esatta su: **a)** $\mathbf{R}^2\setminus\{(0,0)\}$, **b)** $\mathbf{R}^2\setminus\{x=0\}$. Dare una formula per le primitive.

6. Siano $0<r<R$, $f \in C^1(\mathbf{R}\setminus\{0\})$ e $\mathbf{F}(x,y,z) = f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})\frac{(x,y,z)}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$. Calcolare
$$\iiint_{B_{r,R}} \mathrm{div}\mathbf{F}(x,y,z)dxdydz.$$
dove $B_{r,R} = \{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 :\ r \leq \sqrt{x^2+y^2+z^2} \leq R\}$.