$\boxed{10/07/03}$

(1) $\text{Dom}\,\omega = \begin{cases} \mathbb{R}^3 & n=0 \quad \alpha,\beta,\gamma \geq 0 \\ \mathbb{R}^3 \setminus \{xyz=0\} & n=0 \quad \alpha,\beta,\gamma<0 \\ & n\geq 1 \\ \mathbb{R}^3 \setminus \{(000)\} \end{cases}$ ed ω è ivi di classe C^1, ω esatta $\Rightarrow$ ω chiusa $\Leftrightarrow$ $(m=2n)$

$$0 = \frac{\partial \omega_2}{\partial x_3} - \frac{\partial \omega_3}{\partial x_2} = \frac{-ny^\beta z^{n-1}}{(x^n+y^n+z^n)^2} + \frac{nz^\gamma y^{n-1}}{(\dots)^2} \Leftrightarrow \beta=\gamma=n-1$$

Allo stesso modo si trova $\alpha = n-1$.
In tal caso ω è esatta con primitive

$$f(xyz) = \begin{cases} \frac{1}{3n} \ln(x^n+y^n+z^n) + \text{cost}. & n\geq 1 \\ = \frac{1}{3} \ln|xyz| + \text{cost} & n=0 \end{cases}$$

(2) Conviene usare il Thm di Stokes, serve quindi:

$$\text{rot}\,\vec{F} = (\dots, \dots, \dots).$$

Prima di fare i calcoli conviene osservare che ∂S può essere vista anche come bordo della regione delimitata dalla curva piana nel piano XY

$$\begin{cases} x^4+y^6=1 \\ z=0. \end{cases}$$

In tal caso $\vec{n}=(0,0,1)$ e quindi basta calcolare solo l'ultima componente del rotore, che è:

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial x} = 6e^{2x+3y} - 6e^{2x+3y} = 0$$

da cui (senza preoccuparsi nemmeno della orientazione!)

$$0 = \iint_S \text{rot}\,F\cdot n = \int_{\partial^+ S} F\cdot t\, ds$$