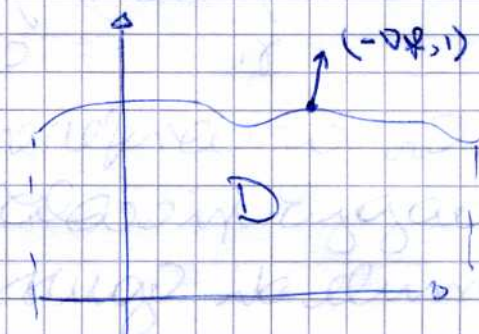


$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{4 \cdot 2^5}{5} \cdot \frac{3}{20\pi} = \frac{3 \cdot 2^5}{25\pi}$$

(4)



Si deve dimostrare che

$$(x, y, z) + t(-f_x, -f_y, 1) = (x - t f_x, y - t f_y, z + t) \notin D$$

$$\Leftrightarrow z + t \geq f(x - t f_x, y - t f_y)$$

cioè secondo il supposto che $\varphi(t) \geq 0$.

Ma $\varphi(0) = z - f(x, y) = 0$ dato che $(x, y, z) \in D$,
ed infine

$$\varphi'(t) = 1 + \nabla f(x - t f_x, y - t f_y) \cdot \nabla f(x, y)$$

da cui

$$\varphi'(0) = 1 + |\nabla f(x, y)|^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \varphi(t) \geq \varphi(0) = 0 \text{ per } t \text{ piccolo}$$

(5) Il punto @ riguarda il primo lem-
ma di caratterizzazione delle forme esatte:

$$\omega \text{ esatta} \Leftrightarrow \forall \gamma \subset \Sigma \text{ cammino chiuso } \int_{\gamma} \omega = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_2} \omega \quad \forall \gamma_1, \gamma_2 \text{ cammini con gli stessi estremi e orientati allo stesso modo}$$