ESERCIZIO

$$2x^2y''' + xy'' - y' = x\ln|x|$$

L'equazione può essere riportata a ad una eq.ne di Eulero del terzo ordine moltiplicando per x a dx e sin dell'uguaglianza o ad un'eq. di Eulero del 2° ordine ponendo $z = y'$:

$$2x^2z'' + xz' - z = x\ln|x|$$

Le sol.ni dell'eq.ne omogenea associata sono del tipo $z = |x|^\lambda$, da cui se $x \neq 0$:

$$z' = \lambda|x|^{\lambda-1}\operatorname{sgn}x \quad , \quad z'' = \lambda(\lambda-1)|x|^{\lambda-2}$$

e quindi: $0 = 2\lambda(\lambda-1) + \lambda - 1 = 2\lambda^2 - \lambda - 1$

$$\iff \lambda \in \{1, -1/2\}$$

e quindi l'integr.le gen.le dell'eq.ne omogenea associata è dato da

$$z(x) = A|x| + B|x|^{-1/2}$$

Poiché il termine noto è del tipo $x\ln|x|$ si cerca una sol.ne particolare z_p del tipo:

$$z_p(x) = C\,x\ln^2|x| + D\,x\ln|x|$$

segue:

$$z'_p(x) = C\left(\ln^2|x| + 2\ln|x|\right) + D\left(\ln|x| + \underline{1}\right)$$

$$z''_p(x) = C\left(\frac{2\ln|x| + 2}{x}\right) + \frac{D}{x}$$

da cui z_p sol.ne se: