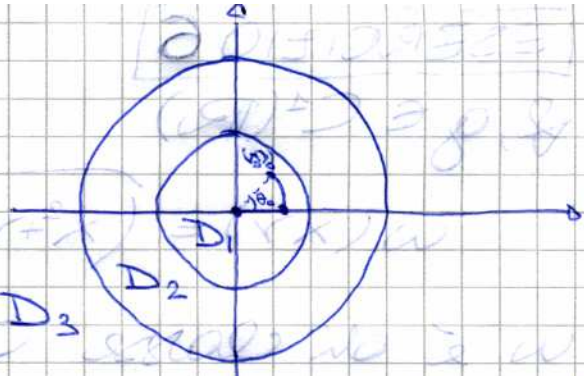


essendo ivi chiusa.

Fix $(x, y) \in D$, sia γ il cammino costituito dal segmento γ_1 di estremi $(0, 0)$ e $(\sqrt{x_0^2 + y_0^2}, 0) = D_3$



e l'arco di circonferenza γ_2 di estremi $(\sqrt{x_0^2 + y_0^2}, 0)$ e (x, y) , allora se F denota una primitiva di w :

$$F(x, y) - F(0, 0) = \int_{\gamma} w = \int_{\gamma_1} w + \int_{\gamma_2} w$$

passando ad una param. di γ_2 del tipo: $x = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cos \theta$, $y = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \sin \theta$ con $\theta \in [0, \theta_0]$ si ottiene

$$\int_{\gamma_2} w = 0.$$

Infine:

$$\begin{aligned} \int_{\gamma_1} w &= \int_0^{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \frac{x}{(x^2 - 1)(x^2 - 2)} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \frac{1}{(t^2 - 1)(t^2 - 2)} dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\ln \left| \frac{t-2}{t-1} \right| \right]_0^{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x_0^2 + y_0^2 - 2}{2(x_0^2 + y_0^2 - 1)} \right| \end{aligned}$$

Da cui:
$$F(x, y) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2 + y^2 - 2}{x^2 + y^2 - 1} \right| + C, (x, y) \in D$$

Su D_2, D_3 si ha che le primitive hanno la stessa forma, cambia solo (eventualmente) la costante. Per dimostrare che w è esatta su $D_2 (D_3)$