

si può procedere in vari modi.

Ad esempio, basta osservare che le primitive di w su D_1 lo sono anche su D_2 (D_3), infatti:

$$\begin{aligned} F_x &= w_1 \\ F_y &= w_2 \end{aligned} \quad \forall x \in \text{Dom } w$$

Oppure, se non ci si accorge subito di questo, si osserva che se C_r è una circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio $r \in (1, \sqrt{2})^3$ allora:

$$\int_{C_r} w = 0$$

e se γ è una curva semplice chiusa contenuta in D_2 che contiene l'origine applicando le formule di Gauss-Green alla regione $\Sigma' \subseteq D_2$ che ha come bordo $\gamma \cup C_r$, con r opportuno, si ha:

$$\begin{aligned} \int_{(\gamma \cup C_r)^+} w &= \int_{\Sigma'} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} - \frac{\partial w_2}{\partial y} \right) dx dy \\ \Rightarrow \int_{\gamma} w &= \int_{C_r} w = 0 \end{aligned}$$

Se γ non circonda l'origine $\int w = 0$ dato che w è localmente esatta.

Quindi, w è esatta su D_2 (D_3), con primitive

$$\frac{1}{2} \operatorname{Im} \left| \frac{x^2 + y^2 - 2}{x^2 + y^2 - 1} \right| + C_2$$