

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A e 2B**

Prova Scritta

7 Gennaio 2004

Risolvere almeno due dei seguenti esercizi:

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n \geq 1} 3^{-\ln^2 |n^2 x| - 2 \ln |n^2 x| - 2}$$

nell'insieme $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

2. Determinare l'intervallo di convergenza e la somma della serie di potenze

$$\sum_{n \geq 1} (n+1)^2 x^n.$$

3. Studiare la lipschitzianità locale nella variabile y della funzione

$$f(x, y) = (|y| - 1) \arctan(y^2 - x^4),$$

quindi determinare l'andamento qualitativo delle soluzioni del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = x_0. \end{cases}$$

4. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$2x^2 y''' + xy'' - y' = x \ln |x|$$

che possono essere estese in modo C^1 nell'origine.

5. Determinare eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = \int_0^{\frac{1}{x^2+9y^2}} e^{-t^2} t^4 \left((t-1)^2 (t-2)^2 - 36 \right) dt.$$

Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi:

- 6 Siano $f, g \in C^1(\mathbf{R})$, provare che la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{f(x)dx + g(y)dy}{(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 2)}$$

è esatta sul suo dominio se e solo se $f(t) = g(t) = kt$ con $k \in \mathbf{R}$. Dare una formula per le primitive.

7. Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + x(y - z^2); 2y + y(z^2 + x); -3z + z(2z - y - x))$$

attraverso la porzione della superficie Σ di equazione $4x^2 + y^2 + z^2 = 4$, che sta nell'ottante $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.