

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2

Prova Scritta Parziale

26 Febbraio 2002

1. Calcolare il volume della porzione di spazio interna al cilindro di generatrici parallele all'asse z e di base il dominio

$$T = \left\{ (x, y, 0) : x^2 + y^2 \leq \pi^2, \frac{\pi}{2} \leq y \leq x \right\} \cup \left\{ (x, y, 0) : x^2 + y^2 \geq \pi^2, \frac{x}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\},$$

compresa tra la superficie di equazione $z(x, y) = 2x \cos y$ ed il piano $z = 0$.

2. Determinare estremi locali ed assoluti della funzione

$$f(x, y) = \exp(|x^2 + y^2 - 9y| + 2y) + (|x^2 + y^2 - 9y| + 2y)^2 - e - 1.$$

3. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della serie

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\sin^\alpha \left(n^{-\frac{|x|}{2}} \right)}{\cos(n^{-|x|})}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

4. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione differenziale

$$x^2 + (y - 1)^3 + y' \left((y')^2 e^x - 1 \right) = 0$$

che passano per il punto $(0, 1)$.

Inoltre, scrivere lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di ognuna di esse nell'origine.
(Suggerimento: utilizzare il Teorema del Dini.)

5. Integrare l'equazione differenziale

$$y'' = \frac{y'}{x} + 4(y')^2.$$

Determinare tra le soluzioni che ammettono come asintoto la retta $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ quella passante per il punto $(1, 0)$.