CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2
Prova Scritta Parziale

20 Novembre 2001

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione

$$f_n(x) = \begin{cases} nxe^{nx} + 1 & \text{se } x \le 0 \\ \\ e^{-n^2x^2} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Inoltre, provare che

$$\lim_{n \to +\infty} \int_{-1}^{1} f_n(x)dx = 1.$$

2. Determinare massimi e minimi relativi della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\left(17\pi \arctan(x) - y^2\right)^2\right) + \cos(y).$$

(Facoltativo: determinarne l'estremo superiore e inferiore su $\mathbf{R}^2$ e discutere se sono massimi o minimi assoluti, rispettivamente).

3. Discutere la convergenza puntuale ed uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x}{n^3} \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{n}\right).$$

4. Determinare le soluzioni dei problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2}{3}\tan(x)y + \sin(x)y^{-\frac{1}{2}} & \text{se } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \\ \\ y(0) = y_0 > 0, \end{cases}$$

al variare della condizione iniziale.

Inoltre, provare che esiste una soluzione del problema

$$\begin{cases} y' = \frac{2}{3}\tan(x)y + \sin(x)y^{-\frac{1}{2}} & \text{se } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ \\ \lim_{x \to 0} y(x) = 0. \end{cases}$$