

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2**

Prova Scritta

20 Giugno 2002

1. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 2\alpha y' + 9y = xe^{3x}.$$

Inoltre, trovare le soluzioni $y(x)$ per cui esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-3x} y(x).$$

2. Verificare che in un intorno del punto $(0, 0)$ l'equazione

$$e^{xy} - \arctan(yx^2 + y^2) + \sin(y) = 1$$

definisce implicitamente una funzione del tipo $y = f(x)$ di classe C^1 .

Calcolare inoltre

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

3. Sia E l'insieme definito da

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 - y^2 + 1 \leq z \leq x^2 - y^2 + 2 \right\}.$$

Calcolare il volume E e l'area di ∂E .

4. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n \geq 1} \int_{x^2}^{x^2 + \sqrt{n}} \arctan^{\frac{1}{2}} \left(\frac{t}{n^4} \right) dt.$$