

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2**

Prova Scritta

9 Gennaio 2003

- 1.** Data la funzione di due variabili reali definita da

$$f(x, y) = xy \left(1 + \frac{y}{x}\right)^{\frac{x}{y}},$$

determinarne il dominio e trovare i punti in cui può essere estesa con continuità. Infine, in tali punti si discuta la differenziabilità della funzione estesa.

- 2.** Sia Σ la lamina sottile data dall'unione dei coni di vertici $(0, 0, -1)$ e $(0, 0, 1)$ e direttrice la curva $\gamma : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbf{R}^3$ di equazioni (in coordinate polari nel piano $z = 0$) date da

$$\gamma(\theta) = \left(\frac{\cos \theta}{\sqrt{\theta}}; \frac{\sin \theta}{\sqrt{\theta}}; 0\right).$$

Determinare la massa della lamina sapendo che la densità superficiale è data da $\rho(x, y, z) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$, i.e., calcolare $\int_{\Sigma} \rho d\sigma$.

- 3.** Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni definita da

$$f_n(x) = \int_{n^x}^{n^{2x}} \frac{1}{t} \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt.$$

- 4.** Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y^{(iv)} + 4y'' = 2y'''$$

che hanno asintoto obliquo all'infinito.

- 5.** Determinare i punti della curva di equazione cartesiana

$$(x^2 + y^2)^2 - xy = 0$$

di massima distanza dall'origine.