

CdL in FISICA

ANALISI MATEMATICA 1

a.a. 2014/2015

Prova scritta, 22 giugno 2015

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^x \sqrt[3]{e^x - 1}}{e^x - e}.$$

2. Calcolare il valore dell'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{\sinh x}{\cosh^2(\cosh x)} dx.$$

3. Provare che la funzione

$$f(x) = \exp(\ln^2 x) - \frac{(x-1)^2}{2} + \exp(-\sin(x-1))$$

è invertibile in un intorno di $x = 1$. Detta g l'inversa determinarne il polinomio di Taylor di grado 3 nel punto $y = 2$.

4. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ quando

$$a_n := \cos^2\left(\frac{n^2 + \sin(2n+1)}{\log(n^\alpha + 3)}\right) \left(1 - \frac{1}{2n} - \cos\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)\right).$$