

CdL in FISICA

ANALISI MATEMATICA 1

a.a. 2014/2015

Prova scritta, 9 Febbraio 2015

1. Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \int_x^{2x} \frac{e^{2t} - e^t}{t} dt.$$

2. Calcolare

$$\int_1^3 x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx.$$

3. Provare che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x \left\{ \left(\frac{\sin t}{t} \right)^2 - \left(\frac{1 - \cosh t}{t} \right)^2 - 1 \right\} dt & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

è invertibile in un intorno dell'origine. Detta g l'inversa, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di g in $(0, 0)$.

4. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n \geq 1} n \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(n^\alpha) + \tan \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right).$$