

si ha per  $x \in [1/2, +\infty)$ :

(7)

$$f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [1/2, \frac{5+\sqrt{5}}{10}] \cup [1, +\infty)$$

con  $f(\frac{5+\sqrt{5}}{10}) = -\frac{1}{125}$ .

Segue:  $f$  convessa in  $[1/2, \frac{5+\sqrt{5}}{10}] \cup [1, +\infty)$

$x = \frac{5+\sqrt{5}}{10}$  flessa a tangente obliqua

quindi:  $g''(y) \geq 0 \Leftrightarrow g(y) \in [\frac{5+\sqrt{5}}{10}, 1)$

$$g''(y) \leq 0 \Leftrightarrow g(y) \in (\frac{1}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{10}] \cup (1, +\infty)$$

Ricordando che  $f(g(y)) = y$  ed  $f$  è pp, si ha

$$g''(y) \geq 0 \Leftrightarrow y \in [f(\frac{5+\sqrt{5}}{10}), f(1)] = [-\frac{1}{125}, 0)$$

$$g''(y) \leq 0 \Leftrightarrow y \in (-\frac{1}{64}, -\frac{1}{125}] \cup (0, +\infty)$$

I punti  $y=0, y=-1/125$  sono flessi a tangente verticale, obliqua rispettivamente.

2° modo:  $f$  convessa su  $[a, b]$  se  $\forall u, s \in [a, b]$

$$(*) \quad f(tu + (1-t)s) \leq tf(u) + (1-t)f(s) \quad \forall t \in [0, 1]$$

Se  $f: [a, b] \rightarrow [\alpha, \beta]$  è pp, detta  $g$  l'inversa:

$$(*) \Leftrightarrow \underbrace{g(f(tu + (1-t)s))}_{tu + (1-t)s} \leq g(tf(u) + (1-t)f(s))$$

$g(f(u)) \quad g(f(s))$

e quindi  $g$  è concava su  $[\alpha, \beta]$ . Dalla convessità di  $f$  si deduce quella di  $g$  e viceversa.