

ESERCIZIO 2: Provare che $\gamma = 1/4$ risulta (2)
asintoto orizzontale di

$$f(x) = \operatorname{arcsen} \left(\frac{1}{2xe^x} \right) \operatorname{sh}(x) \sqrt{1+x^2}.$$

Si deve quindi verificare che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f = 1/4.$$

Poiché $xe^x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$ e $\frac{\operatorname{arcsen} t}{t} \xrightarrow{t \rightarrow 0} 1$, si ha

$$f(x) = \frac{\operatorname{arcsen} \frac{1}{2xe^x}}{\frac{1}{2xe^x}} \cdot \frac{\operatorname{sh} x}{2e^x} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$$
$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{= 1+o(1)} \quad \frac{1}{4}(1+e^{-2x}) \quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

da cui la tesi.