

CdL in FISICA

ANALISI MATEMATICA 1

a.a. 2008/2009

Prova scritta preliminare, 22 gennaio 2009

1. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{\arctan((x-1)^\alpha)}{\ln^2(x)}(x^{x^2-1} - 1) & x > 1. \end{cases}$$

Trovare i valori di α per cui f risulta derivabile in $x = 1$.

2. Provare che la retta $y = 1/4$ è asintoto orizzontale a $+\infty$ della funzione

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{2xe^x}\right) \sinh(x)\sqrt{1+x^2}.$$

3. Tracciare un grafico approssimativo della funzione

$$f(x) = \frac{x |\ln|x||}{|\ln|x|| + 4}.$$

4. Provare che la funzione $f : [1/2, +\infty) \rightarrow [-1/64, +\infty)$ data da

$$f(x) = (x(x-1))^3$$

è invertibile e sia $g : [-1/64, +\infty) \rightarrow [1/2, +\infty)$ l'inversa. Studiare la concavità e la convessità di g e provare che g ha un flesso a tangente obliqua in $y = -1/125$.