

Quindi: $\text{Dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. (5)

Segni: $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2^{-(\pi+1)}$, $= 0 \Leftrightarrow x \in \{2^{-(\pi+1)}, 1\}$

quindi

$$\begin{array}{ll} f \nearrow \nearrow & x \in (2^{-(\pi+1)}, +\infty) \\ f \searrow \searrow & x \in (-\infty, 2^{-(\pi+1)}] \end{array}$$

$x = 2^{-(\pi+1)}$ minimi assoluti

$x = 1$ flessa a tg orizzontale

Derivata seconda: Se $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ f' è di classe C^1 in x ed inoltre

$$f''(x) = 2^{\pi+1} |\ln|x||^{\pi} + (2^{\pi+1}x - 1)\pi |\ln|x||^{\pi-1} \cdot \frac{\text{sgn}(\ln|x|)}{x}$$

$$= |\ln|x||^{\pi-2} \left(2^{\pi+1} \ln^2|x| + (2^{\pi+1}x - 1)\frac{\pi}{x} \ln|x| \right)$$

$$= |\ln|x||^{\pi-2} \ln|x| \left(2^{\pi+1} (\ln|x| + 1) - \frac{\pi}{x} \right)$$

Poiché $\lim_{x \rightarrow \pm 1} f'' = 0$, f' è di classe C^1 anche in ± 1 con $f''(\pm 1) = 0$.

Si noti che se $x < -1 \Rightarrow \ln|x| > 0 \Rightarrow f''(x) > 0$.

Se $x \geq 1 \Rightarrow \ln|x| \geq 0$ e $2^{\pi+1} - \frac{\pi}{x} > 0 \Rightarrow f''(x) > 0$

Se $x \in (-1, 0)$: $f''(x) > 0 \Leftrightarrow \underbrace{2^{\pi+1}(\ln|x| + 1) - \frac{\pi}{x}}_{g(x)} < 0$

osserva $g(-1) = 2^{\pi+1} + \pi > 0$, g resta positiva in un intorno di -1 . Stesso ragionamento vale in 0 dato che $\lim_{x \rightarrow 0^-} g = +\infty$.