ESERCIZIO 3: Sia $$f(x) = \int_x^{x^2} \underbrace{|\ln|t||^{\pi}}_{h(t)}\,dt$$

poiché $\mathrm{Dom}\, h = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $x^2 \geq 0$ si deduce che $(0,+\infty) \subseteq \mathrm{Dom} f$ (visto che $h \in C^0(\mathbb{R}\setminus\{0\})$).
Inoltre $0 \in \mathrm{Dom} f$, con $f(0)=0$.
Se $x<0$, poiché $\lim_{t\to 0} h = +\infty$, si deve studiare la convergenza dell'integrale improprio di h fra $(-1,0)$ e $(0,1)$ (ad esempio).
Dato che $\lim_{t\to 0} |t|^{\varepsilon} h(t) = 0$, $\forall \varepsilon>0$, per il Criterio del Confronto Asintotico tali integrali sono convergenti.
Quindi $\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}$, ed f risulta continua sul suo dominio. Ciò è ovvio se $x>0$, se $x<0$ basta spezzare opportunamente il dominio di integrazione:
$$f(x) = \int_x^{-1} + \int_{-1}^{1} + \int_1^{x^2} h(t)\,dt$$
e per $x=0$ f risulta essere il resto di un integrale improprio convergente, da cui $\lim_{x\to 0} f = 0 = f(0)$.

Segni: $h(t) \geq 0$, $=0 \iff |t|=1$; $x^2 \geq x \iff x \leq 0, x \geq 1$

$$\Rightarrow f(x) \geq 0 \iff x \in (-\infty, 0] \cup [1,+\infty)$$
$$= 0 \iff x \in \{0,1\}$$

Quindi, f ha minimo assoluto su tutto $\mathbb{R}$ che sta in $(0,1)$.