

Concludendo:

$$\operatorname{atn} \frac{1}{x} - \operatorname{sett} \operatorname{th} \frac{1}{x} = -\frac{2}{3} \frac{1}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^4}\right)$$

e quindi

$$\frac{\operatorname{atn} \frac{1}{x} - \operatorname{sett} \operatorname{th} \frac{1}{x}}{\ln^3\left(\frac{\ln(1+x)}{\ln x}\right)} = \frac{-\frac{2}{3} + o\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{\ln^3 x} + o\left(\frac{1}{\ln^3 x}\right)}$$

da cui il limite cercato vale $-\infty$.