

ESERCIZIO 1: Sia

$$E = \left\{ x \in (0, +\infty) : \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n}{x^{(n^n)}} \in [0, +\infty) \right\}$$

usando la notazione esponenziale

$$\frac{n^n}{x^{(n^n)}} = \frac{e^{n \ln n}}{e^{n^n \ln x}} = e^{n \ln n - n^n \ln x}$$

si ottiene $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n}{x^{(n^n)}} = \begin{cases} +\infty & x \in (0, 1] \\ 0 & x \in (1, +\infty) \end{cases}$

e quindi $E = (1, +\infty)$.

Si conclude così

$$\inf E = 1, \sup E = +\infty.$$