Con un po' di calcoli si ottiene per $x \in \mathbb{R}\setminus\{0,1\}$

$$f''(x) = -\frac{\ell^5+\ell^4+2\ell^3-2\ell^2-\ell+1}{x^2(\ell^2+1)^2(\ell-1)^2} \qquad (\ell = \ln|x|)$$

e quindi $f''(x) \geq 0 \iff \ell^5+\ell^4+2\ell^3-2\ell^2-\ell+1 \leq 0$.
D'altra parte, se $x>e$, $\ell>1$ e quindi
$\ell^5+\ell^4+2\ell^3-2\ell^2-\ell+1 = \ell^5+\ell(\ell^3-1)+2\ell^2(\ell-1)+1>0$,
quindi f è concava per $x>e$.
Poiché $\lim_{x\to 0^+} \ln|x| = -\infty$ e $\ln e = 1$, f risulta convessa in un intorno destro di 0 e concava in un intorno sinistro di $x=e$.
Infine, poiché $f''(e^{-1}) = -2$ e $f''(1) = 2$ $\exists \gamma \in (e^{-1};1)$ punto di flesso a tg obliqua.