

Abbiamo già osservato che $f \in C^\infty(D)$, quindi

$$f'(x) = \psi'(g(x)) g'(x) = 2(x^x - 1) x^x (\ln x + 1) \quad (4)$$

\uparrow
 $\psi'(t) = 2t - 2$
 $g'(x) = x^x (\ln x + 1)$

da cui

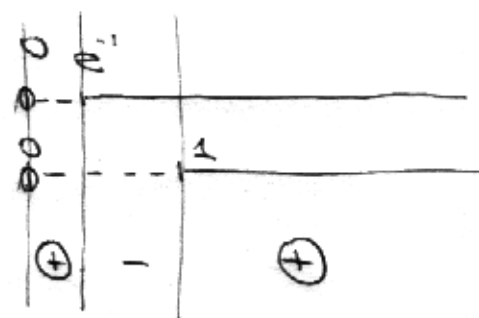
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f' = 2 \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x \ln x} - 1}{x \ln x} x \ln x (\ln x + 1) = 0^+$$

inoltre

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x^x - 1)(\ln x + 1) \geq 0$$

$$\ln x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq e^{-1}$$

$$x^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$



e quindi:

$$f \nearrow \nearrow (0, e^{-1}) \cup (1, +\infty)$$

$$f \searrow \searrow (e^{-1}, 1)$$

$$x = e^{-1} \text{ max rel.}$$

$$x = 1 \text{ min assoluto}$$

questo segue anche
d'altra parte da
 $\inf_{\mathbb{R}} f = f(1) = -4$

Poiché $\lim_{x \rightarrow +\infty} f' = +\infty$, f non ha asintoto
orizzontale a $+\infty$.

Inoltre:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \cancel{\psi''(g(x))} (g'(x))^2 + \psi'(g(x)) g''(x) \\ &= 2x^x \left[(2x^x - 1)(\ln x + 1)^2 + \frac{x^x - 1}{x} \right] \end{aligned}$$

Lo studio di f'' si presenta quindi complicato