

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 1

Prova scritta parziale

8 novembre 2006

1. Usando il Principio di Induzione provare che per $q \neq 1$

(a)

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{q^k} = \frac{q^n - 1}{q^n(q - 1)};$$

(b)

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{q^k} = \frac{n(1 - q) - q(1 - q^n)}{q^n(q - 1)^2}.$$

2. Determinare estremi inferiore e superiore ed eventuali minimo e massimo dell'insieme

$$A = \left\{ \alpha \in \mathbf{R} : \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=n^2+1}^{n^2+n} \frac{1}{k^\alpha} = 0 \right\}.$$

3. Usando la definizione di limite verificare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + (-1)^n 3n}{n^2 - 1} = 1.$$

4. Determinare il valore del seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x^2) e^{-\arctan x} + \ln\left(\frac{\cos x + \sin x - x}{x^2}\right)}{1 - (1 - 19x)^{\ln x}}.$$

5. Determinare i valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (\cos^2(\alpha x))^{\frac{1}{x \sin x}} & x \in (0, \pi) \\ \frac{\sin^4 x}{\ln^\alpha(1 + x^2)} & x \in (-\pi, 0) \end{cases}$$

può essere estesa con continuità a tutto $(-\pi, \pi)$.