

Studiamo la concavità/convessità di f :

(5)

$$f''(x) = 3 \left[\frac{2}{x^3} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x} + 3 \right) - \frac{1}{x^2} \left(-\frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^2} \right) \right] =$$

$$= \frac{3}{x^3} \left[\frac{2}{x^2} - \frac{8}{x} + 6 + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x} \right] = \frac{6}{x^3} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x} + 3 \right)$$

quindi poiché

$$\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x} + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{2}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{2}, +\infty)$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (0, \frac{2}{3+\sqrt{3}}] \cup [\frac{2}{3-\sqrt{3}}, +\infty)$$

si ha

$$f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (0, \frac{2}{3+\sqrt{3}}] \cup [\frac{2}{3-\sqrt{3}}, +\infty)$$

da cui

$$f \text{ convessa } x \in (0, \frac{2}{3+\sqrt{3}}] \cup [\frac{2}{3-\sqrt{3}}, +\infty)$$

$$f \text{ concava } x \in (-\infty, 0) \cup [\frac{2}{3+\sqrt{3}}, \frac{2}{3-\sqrt{3}}]$$

$$x = \frac{2}{3+\sqrt{3}}, \frac{2}{3-\sqrt{3}} \text{ punti a tg orizzontale}$$

