ESERCIZIO 3: Sia

$$f(x)=\int_1^{|\ln x|}\underbrace{\frac{e^{3t}}{1+t^2}}_{h(t)}\,dt$$

poiché $h\in C^\infty(\mathbb{R})$, h è integrabile su tutto $\mathbb{R}$, quindi $\mathrm{Dom} f=(0,+\infty)$.
Infatti, $(0,+\infty)\subseteq \mathrm{Dom} f$ e $0\notin \mathrm{Dom} f$ essendo

$$\int_1^{+\infty} h(t)\,dt=+\infty$$

per confronto asintotico con $g(t)=1/t$.
La funzione f è di classe $C^0((0,+\infty))$ con

$$\lim_{x\to+\infty} f=\int_0^{+\infty} h(t)\,dt=+\infty$$

quindi per il teorema di Weierstrass generalizzato f ha minimo assoluto su $(0,+\infty)$.
Si noti che:

$$f(x)\geq 0 \underset{h(t)>0}{\iff} |\ln x|\geq 1$$
$$\iff \ln x\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$$
$$\iff x\in(0,e^{-1}]\cup[e,+\infty)$$

con $f(x)=0 \iff x\in\{e^{-1},e\}$.
Lo studio di eventuali asintoti obliqui viene posticipato a quello della derivabilità di f.
Sia

$$I(y)=\int_1^{y} h(t)\,dt$$

per il teorema fondamentale del calcolo integrale $I\in C^1(\mathbb{R})$, con $I'(y)=h(y)$.