

(8)

$$f(x) = \frac{\frac{2}{\pi} + o(1)}{-\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + o\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} \sqrt{\frac{\pi}{2} - x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \quad x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-$$

e quindi $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f = +\infty$.

Dagli sviluppi trovati si ottiene che:

$$\int_0^1 f(x) dx \text{ convergente, } \int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ convergente.}$$

Infatti, per il primo integrale confrontando f con $g(x) = 1/\sqrt{x}$ si ottiene:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\ln \frac{2}{\pi} + \ln x}{\ln(1+o(x)) + \ln x} \sqrt{\frac{\pi}{2} - x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

mentre per il secondo, confrontando con $g(x) = 1/\sqrt{\frac{\pi}{2} - x}$ si ottiene

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{2}{\pi} + o(1)}{\frac{1}{2} + o(1)} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{4}{\pi}.$$