

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 1

Prova Scritta

3 settembre 2007

1. Calcolare il limite della successione

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt[6]{n^4 - n^3 + n^2 - n}}\right)^{\sqrt[3]{2n+1} - \sqrt[3]{n-1}}$$

2. Provare che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \int_x^{2x} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

ha un massimo relativo in $x = 0$.

3. Tracciare un grafico approssimativo della funzione

$$f(x) = \ln \left(\frac{e^{2x} - 3e^x + 2}{e^x - 3} \right) + \frac{8}{3}x.$$

(Non è richiesto lo studio della derivata seconda.)

4. Determinare gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \left(\sin \left(\frac{\pi x}{x+1} \right) - \arctan \left(\frac{\pi}{x+1} \right) \right) x^2 (\ln x)^\alpha dx$$

risulta convergente.