Poiché f' è derivabile su $(0,+\infty)\setminus\{1\}$, $f'(1+\sqrt{2}) = \lim_{x\to+\infty} f' = 0$, per il Thm Lagrange

$\exists\, \xi \in (1+\sqrt{2},+\infty)$ t.c. $f''(\xi)=0$.

L'espressione di f'' è per $x\in(0,+\infty)\setminus\{1\}$:

$$f''(x) = \operatorname{sgn}(x-1)\cdot\Big[(2x-2)\big((x-1)^2+(x^2+1)^2\big)-(x^2-2x-1)\cdot$$

$$\cdot\big(2(x-1)+4x(x^2+1)\big)\Big]\Big/\big((x-1)^2+(x^2+1)^2\big)^2$$

$$= \frac{4(x-1)+2(x+1)(x^2+1)(4x-1-x^2)}{\big((x-1)^2+(x^2+1)^2\big)^2}\cdot\operatorname{sgn}(x-1)$$

da cui:
$$\lim_{x\to0^+} f'' = \frac{3}{2}\ ,\quad \lim_{x\to1^-} f'' = -1$$

e quindi (ragionando come sopra) $\exists\, \eta \in (0,1)$ t.c. $f''(\eta)=0$.

Un grafico approssimativo di f è il seguente: