

**CORSO di LAUREA in FISICA  
ANALISI MATEMATICA 1**

**Prova Scritta**

20 Luglio 2005

1. Determinare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{x^2} e^x.$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_{\sqrt{x}}^x |\ln t|^{1/5} dt,$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Calcolare

$$\int_0^6 \frac{1}{t+1+\sqrt{t+6}} dt.$$

4. Dimostrare che la funzione

$$f(x) = \arctan(x^2 - 2x + 2) + \ln \left( \frac{2x}{x+1} \right)$$

è invertibile con continuità in un intorno di  $x = 1$ . Quindi, indicata con  $g$  l'inversa in tale intorno, calcolare

$$\lim_{y \rightarrow \pi/4} \frac{g(y) - 1}{\sin \left( y - \frac{\pi}{4} \right)}.$$