

CORSO di LAUREA in FISICA ANALISI MATEMATICA 1

Prova Scritta

20 Giugno 2005

1. Determinare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x + \frac{\sin^2 x}{2} \right)^{\frac{\ln(1-x^2)}{\arctan(x^6)}}.$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \sin \left(2\pi(\sqrt{1+x^2} - |x|) \right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Calcolare il valore del seguente integrale definito

$$\int_0^{\ln 2} \frac{1}{1 + e^{-x} + \sqrt{2e^{-x} - 1}} dx.$$

4. Dimostrare che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - e^{\sinh^2 x} - 2 \cos x}{x^2} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

ha un massimo relativo nell'origine.

5. Determinare i valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(\ln x)^{4\alpha}} \sin^2 \left(\frac{1}{x^\alpha} \right) dx$$

risulti convergente.