

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

12 Aprile 2005

1. Fissato $k \in \mathbf{N}$, sia

$$a_n(k) = \frac{(kn)^n - n^{kn}}{(n-1)^{kn} + (n+k)!}.$$

Al variare di k calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n(k),$$

quindi determinare gli estremi inferiore e superiore dell'insieme

$$A = \left\{ \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n(k) : k \in \mathbf{N} \right\}.$$

2. Calcolare

$$\int_0^{1/2} x^8 \arccos(4x^3) dx.$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln|x^2 - 1| - \frac{16}{3x},$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

4. Calcolare, se esiste, il valore di

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^8} \int_{x^3}^{x^2} \left(\frac{\pi}{2} \sin(\sin t) - \frac{1}{t} \cos \left(\frac{\pi}{2} \cos t \right) \right) dt$$