② Studiare la funzione

$$f(x) = e^{2\ln^2 x} - 8e^{\ln^2 x} + 12$$

- $\mathrm{Dom} f = (0, +\infty)$, $f \in C^0(\mathrm{Dom} f)$

- $\lim_{x \to 0^+} f = +\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f = +\infty$

dato che f è un polinomio di secondo grado in $e^{\ln^2 x}$ e quest'ultima diverge a $+\infty$ per $x \to 0^+$, $x \to +\infty$.

Osservando che: $\quad e^{\ln^2 x} = (e^{\ln x})^{\ln x} = x^{\ln x}$

si ottiene che

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

- Essendo $f(x) = (e^{\ln^2 x} - 6)(e^{\ln^2 x} - 2)$, da cui

$f(x) > 0 \iff \ln^2 x < \ln 2, \ln^2 x > \ln 6 \iff$

$$e^{-\sqrt{\ln 2}} < x < e^{\sqrt{\ln 2}},\ 0 < x < e^{-\sqrt{\ln 6}},\ x > e^{\sqrt{\ln 6}}$$

$f(x) = 0 \iff x \in \{ e^{\pm\sqrt{\ln 2}}, e^{\pm\sqrt{\ln 6}} \}$

- Poiché $t^2 - 8t + 12$ ha vertice in $t = 4$, i punti $x > 0$ t.c. $e^{\ln^2 x} = 4 \iff x = e^{\pm\sqrt{\ln 4}}$ sono punti di minimo assoluto.

- $f \in C^1(\mathrm{Dom} f)$ e

$$f'(x) = 2(e^{\ln^2 x} - 4)\, e^{\ln^2 x} \cdot 2\frac{\ln x}{x}$$