

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

10 Dicembre 2004

Svolgere al piú quattro dei seguenti esercizi.

1. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ la successione

$$a_n = \alpha^n \binom{3n}{n}^{1/n}$$

è convergente.

2. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{2\ln^2 x} - 8e^{\ln^2 x} + 12$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Calcolare

$$\int_0^1 \frac{x \ln x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

4. Determinare il carattere del seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{3/2} \ln x}{(1 + \arctan x)^{(x^x-1)} - 1} dx.$$

5. Provare che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3e^{\sin^2 x} - 2 \cosh x - 1}{x^2} & x \neq 0 \\ 2 & x = 0, \end{cases}$$

è derivabile in $x = 0$ e determinare $f'(0)$.