$\boxed{\text{ESERCIZIO 1}}$ Trovare gli $x \in \mathbb{R}$ t.c. la successione

$$\frac{n^{2n} e^{n^3 x}}{n!}$$

converga.

Poiché $n^{2n} > n^n$, $n \geq 1$, e $\frac{n^n}{n!} \xrightarrow{n \to +\infty} +\infty$ si ha per $x \geq 0$:

$$\frac{n^{2n} e^{n^3 x}}{n!} \geqslant \frac{n^n}{n!} \xrightarrow{n \to +\infty} +\infty$$

D'altra parte, poiché $n^{2n} = e^{2n \ln n}$, e

$$n^{2n} e^{n^3 x} = e^{n^3 x - 2n \ln n}$$

se $x < 0$ il numeratore è infinitesimo da cui

$$\frac{n^{2n} e^{n^3 x}}{n!} \xrightarrow{n \to +\infty} 0$$

Quindi, se

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left(\frac{n^{2n} e^{n^3 x}}{n!} \right) \text{ converge} \right\}$$

si ha

$$\inf E = -\infty, \quad \sup E = 0$$