CORSO di LAUREA in FISICA ANALISI MATEMATICA 1

Prova Scritta

10 Gennaio 2005

Svolgere al piú quattro dei seguenti esercizi.

1. Determinare estremo inferiore e superiore dell'insieme degli $x \in \mathbf{R}$ per cui risulta convergente la successione

$$\frac{n^{2n} e^{n^3 x}}{n!}, \quad n \geq 1.$$

2. Calcolare

$$\int_1^{e^{\pi\sqrt{6}}} x^{\sqrt{2}-1} \sin(\sqrt{6} \ln x) dx.$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_{-1}^{\ln x} \frac{\sinh(t)}{\sqrt{|t|}} dt$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

4. Sia $f \in C^3((-1, 1))$ tale che $f(0) = 0$ e

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(f(x)) - x \cos(f(x))}{\tan(x^3)} = \frac{4}{3}.$$

Determinare il polinomio di Taylor di f di grado 3 centrato nell'origine.

5. Provare che la funzione

$$f(x) = \int_0^{x^3} \tanh(t^{2/3}) dt$$

è invertibile su tutto $\mathbf{R}$ e determinare l'equazione della retta tangente al grafico dell'inversa nel punto $(0, 0)$.