$\boxed{\text{ESERCIZIO 1}}$ Usando la def. di limite verificare che

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{n^4+3n^2+2} \operatorname{sen}\left(\frac{n^2}{n^2+(-1)^n}\right)=0$$

Volendo provare che il limite è 0, conviene osservare che il fattore infinitesimo è il primo, dato che $\frac{n^2}{n^2+(-1)^n} \xrightarrow{n\to+\infty} 1$ e quindi $\operatorname{sen}\left(\frac{n^2}{n^2+(-1)^n}\right) \xrightarrow{n\to+\infty} \operatorname{sen} 1$.

Quindi, nel seguito converrà maggiorare il secondo fattore visto che non contribuisce a mandare a 0 il prodotto.

¿ $\forall \varepsilon>0 \ \exists N_\varepsilon : \forall n \geq N_\varepsilon \ \left|\frac{n^2}{n^4+3n^2+2} \operatorname{sen}\left(\frac{n^2}{n^2+(-1)^n}\right)\right| < \varepsilon$?

Maggiorando come detto in precedenza:

$$\left|\frac{n^2}{n^4+3n^2+2}\right| \left|\operatorname{sen}\left(\frac{n^2}{n^2+(-1)^n}\right)\right| \leq \frac{n^2}{n^4+3n^2+2}$$

quindi se $\frac{n^2}{n^4+3n^2+2} \leq \varepsilon$ a maggior ragione è verificata la disuguaglianza cercata.

D'altra parte:

$$\frac{n^2}{n^4+3n^2+2} \leq \frac{\cancel{n^2}}{\cancel{n^4}}^{\,1/n^2}$$

quindi $\frac{1}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{n^4+3n^2+2} < \varepsilon$.

Infine, $\frac{1}{n^2} < \varepsilon \Leftrightarrow n \geq \left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right]+1$.