$$f'(x) = \frac{4}{x}\ln^3 x - \frac{12}{x}\ln x + \frac{8}{x}\,\mathrm{sgn}(\ln x)$$

Poiché

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = -8 \neq \lim_{x\to 1^+} f'(x) = 8$$

f non è derivabile in $x=1$, ha lì un punto angoloso.

Dato che:

$$f'(x) = \frac{4}{x}\,\mathrm{sgn}(\ln x)\left(|\ln x|^3 - 3|\ln x| + 2\right)$$

e $\quad |\ln x|^3 - 3|\ln x| + 2 \geq 0 \quad \forall x > 0$

$$= 0 \iff x \in \{e, e^{-1}\}$$

si ha che:

$f'(x) \geq 0 \quad \forall x > 1, \quad = 0 \iff x = e$

$f'(x) \leq 0 \quad \forall 0 < x < 1, \quad = 0 \iff x = e^{-1}$

da cui: $f \nearrow$ su $(1, +\infty)$, $f \searrow$ su $(0,1)$
e $x = e$, $x = e^{-1}$ punti di flesso a tg orizzontale.

Se $x \in (0, +\infty)\setminus\{1\}$ f è di classe C^2 in x (in realtà C^∞) e

$$f''(x) = -\frac{4}{x^2}\ln^3 x + \frac{12}{x^2}\ln^2 x + \frac{12}{x^2}\ln x - \frac{12}{x^2} - \frac{8}{x^2}\,\mathrm{sgn}(\ln x)$$

$$= \frac{4}{x^2}\left(-\ln^3 x + 3\ln^2 x + 3\ln x - 3 - 2\,\mathrm{sgn}(\ln x)\right)$$

e quindi:

$$f''(x) \geq 0 \iff \underbrace{-\ln^3 x + 3\ln^2 x + 3\ln x - 3 - 2\,\mathrm{sgn}(\ln x)}_{h(\ln x)} \geq 0$$