

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

6 Settembre 2005

1. Sia f di classe C^3 in un intorno di $x = 0$ e tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(f(x)) - 4 \sinh x + e^x - \cos x}{x^3} = 4.$$

Determinarne il polinomio di Taylor di grado 3 nell'origine.

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln^4 |x| - 6 \ln^2 |x| + 8 |\ln |x||$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Provare che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \frac{x}{\tan x} & x \neq 0 \\ -1 & x = 0 \end{cases}$$

ha un minimo relativo in $x = 0$.

4. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ determinare il carattere del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin^4(\pi x) \sin^4(\pi/x)}{e^{\ln^\alpha x} - 1} dx.$$