CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1
1^a Prova Parziale

31 Ottobre 2002

FILA B

1. Sia $\alpha > 0$, e sia (a_n) la successione data da

$$a_n = \frac{n^{2n}(2n)!}{\alpha^n (n!)^4}.$$

Determinare l'estremo superiore dell'insieme

$$\{\alpha > 0 : \lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty\}.$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \Big((2x-1)(2x-6)^2\Big)^{\frac{1}{3}}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x - \tan x}{x \ln(\cos x)} \arctan^2\left(\dfrac{1}{x^4}\right) & 0 < x < 1 \\ \dfrac{\pi}{2}\alpha & x = 0 \\ 2\dfrac{(1-\cos(\alpha x))(\ln|x|)^2}{(|x|^{|x|}-1)^2} & -1 < x < 0. \end{cases}$$

4. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} (1+\ln x)^{\tan\left(\frac{1}{x}\right)}.$$

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x^4}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0, \end{cases}$$

provare che f è derivabile in $x = 0$ con $f'(0) = 0$, e che f non è derivabile due volte in tale punto. Infine, provare che $x = 0$ non è né punto di massimo, né di minimo, né di flesso.