

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1

1^a Prova Parziale

31 Ottobre 2002

FIL A A

1. Sia $\alpha > 0$, e sia (a_n) la successione data da

$$a_n = \frac{n^{2n}(2n)!}{\alpha^n(n!)^4}.$$

Determinare l'estremo inferiore dell'insieme

$$\{\alpha > 0 : \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0\}.$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \left((8x - 4)(x - 3)^2\right)^{\frac{1}{3}}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \tan x}{x \ln(\cos x)} \arctan^2\left(\frac{1}{x^2}\right) & 0 < x < 1 \\ \frac{\pi}{2}\alpha & x = 0 \\ \frac{\sin(\alpha^2 x) \ln |x|}{|x|^{|x|} - 1} & -1 < x < 0. \end{cases}$$

4. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \ln x)^{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}.$$

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^4 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0, \end{cases}$$

provare che f è derivabile in $x = 0$ con $f'(0) = 0$, e che f non è derivabile due volte in tale punto. Infine, provare che $x = 0$ non è né punto di massimo, né di minimo, né di flesso.