

**CORSO di LAUREA in FISICA**  
**ANALISI MATEMATICA 1**

**Prova Scritta**

25 Giugno 2003

1. Determinare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + e^{-\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{1}{x} - x^3 e^{-\frac{1}{x^2}} \sin \frac{1}{x^4} \right)^{x^3 e^{\frac{1}{x^2}}}.$$

2. Determinare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx.$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_2^x \frac{t \ln t}{t^2 - 1} dt,$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

4. Sia  $f \in C^2([0, 2\pi])$  tale che  $f(2\pi) = 2$  e

$$\int_0^{2\pi} f(x) \sin x dx + \int_0^{2\pi} f''(x) \sin x dx = 4,$$

determinare  $f(0)$ .

5. Provare che la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{x^2+y^2} - 1 - x^2y - xy^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) \equiv (0, 0) \end{cases}$$

è continua ma non differenziabile in  $(0, 0)$ .