

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 1

Prova Scritta

10 Dicembre 2002

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \sin x\right) - \cos(2\sqrt{x}) + 4 \ln(1 - x)}{x^2}.$$

2. Al variare di $\alpha > 0$ studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{2\alpha x^{\alpha-1}}{1+x^{2\alpha}} \arctan(x^\alpha) dx,$$

e calcolarne il valore. (Facoltativo: studiare il caso $\alpha \leq 0$).

3. Studiare la funzione

$$F(x) = \int_x^\pi \frac{e^{\sin t} - 1}{t^2} dt.$$

(Non sono richiesti lo studio della derivata seconda ed il disegno del grafico.)

4. Calcolare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(1+x)\sqrt{|y|} - 1}{\sin(\sqrt{x^2 + y^2})}.$$

5. Risolvere l'equazione

$$\int_x^{\ln 2} \frac{e^t}{\sqrt{3e^t - 2 - e^{2t}}} dt = \frac{\pi}{3}.$$