CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1
Prova Scritta
9 Gennaio 2003

1. Dopo aver provato che

$$\lim_{x\to+\infty}\int_{e^x}^{e^{2x}} t\sin^2\left(\frac{1}{t}\right)dt=+\infty,$$

verificare che

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\int_{e^x}^{e^{2x}} t\sin^2\left(\frac{1}{t}\right)dt=1.$$

2. Sia f una funzione derivabile due volte in un intorno dell'origine e tale che

$$\lim_{x\to 0}\frac{\exp\left(\frac{f(x)}{x}-1\right)-1}{x}=1.$$

Determinare il polinomio di Taylor del secondo ordine di f centrato nell'origine.

3. Studiare la funzione

$$f(x)=\left(\arccos\left(\frac{e^x}{e^x-2}\right)-\frac{3}{4}\pi\right)^2$$

e tracciarne un grafico approssimativo. (N.B. È possibile solo uno studio qualitativo della derivata seconda!)

4. Calcolare

$$\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\sqrt{\frac{\sin x\cos^2 x}{\sin x-1}}dx.$$

5. Data la funzione di due variabili reali definita da

$$f(x,y)=(1+xy)^{\frac{y}{x}},$$

determinarne il dominio e trovare i punti in cui può essere estesa con continuità.