CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1

Prova Scritta

8 Settembre 2003

1. Determinare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^4(\pi e^x)}{\cos(\sin x) + \cosh(\sinh x) - 2e^{x^4}}.$$

2. Determinare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx.$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|2-x|}{1-x^2}\right),$$

tracciarne un grafico approssimativo e determinarne estremo inferiore e superiore.

4. Al variare del parametro $x \in \mathbf{R}$ studiare la convergenza della successione

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 - e^{-nx^2} \sin x & \text{se } x \geq 0 \\ 2 - \frac{4}{\pi} \arctan \frac{1}{e^{nx}} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

5. Determinare i valori del parametro $\lambda \in \mathbf{R}$ per cui la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 \sin x}{x^2 - y^4} & \text{se } x^2 - y^4 \neq 0 \\ \lambda & \text{se } x^2 - y^4 = 0, \end{cases}$$

risulta parzialmente derivabile e/o continua nell'origine.