

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1
3° Compitino
25 Gennaio 2001

1. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\sin x}{\cos(3x)} dx.$$

2. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n \geq 0} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan n \right)^\alpha \ln(1 + n^2).$$

3. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n \geq 0} \left(\frac{\sqrt{\pi} + (-1)^n}{3} \right)^n n^3.$$

4. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, discutere la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 x^{-\frac{\alpha}{1+x}} dx.$$

5. Sia f la funzione di due variabili definita da

$$f(x, y) = |x|^\alpha \ln(1 + x^2 + y^2),$$

determinarne il dominio e discuterne, al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, la continuità e la differenziabilità in $(0, 0)$ tramite la definizione.