

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1

2° Compitino

19 Dicembre 2000

1. Studiare e tracciare un grafico approssimativo della funzione f definita da

$$f(x) = \left| \frac{\ln^3 |x|}{x^2 |x|} \right|.$$

2. Sia $f \in C^0(\mathbf{R})$ periodica di periodo T . Provare che f è uniformemente continua su $\mathbf{R}$.

3. Sia $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile due volte e tale che

(a) $f''(x) > 0$ per ogni $x \in [0, +\infty)$;

(b) $f'(0) = 0$.

Provare che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

4. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} (1 + x + x^2)^{\frac{1}{\sin x}} - e & \text{se } x \in \mathbf{R} \setminus \{0\} \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Provare che f è derivabile in $x = 0$ e calcolare $f'(0)$ usando lo sviluppo di Taylor di f (SENZA DERIVARE DIRETTAMENTE $f!!!$).

5. Sia $g(y) = y^3 + y + 1$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g \circ f \in C^0(\mathbf{R})$. Provare che $f \in C^0(\mathbf{R})$.