

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

16 Febbraio 2001

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left((1+x)^{\frac{1}{x}} - e \right) \arccos(1-x)}{\sqrt{x} \sin x}.$$

2. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n \geq 1} n^2 \ln^\alpha n \int_{\sin \frac{1}{n}}^{\frac{1}{n}} \frac{\arctan x}{x} dx$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_1^{\ln|x|} \arctan \frac{1}{\sqrt{|t|}} dt$$

e tracciarne un grafico approssimativo. (Lo studio della derivata seconda è facoltativo)

4. Sia $\alpha > 0$ e sia $f_\alpha : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f_\alpha(x) = \frac{x}{\alpha + x^2}.$$

Determinare, al variare di α , i punti di massimo assoluto x_α e quelli di minimo assoluto y_α di f_α , e i limiti per $\alpha \rightarrow 0^+$ di x_α , y_α , $f_\alpha(x_\alpha)$, $f_\alpha(y_\alpha)$.

5. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} x^2 \ln \left(\cos \frac{1}{x} \right) \left(\arccos \frac{1}{x} - \arctan x \right) dx.$$