

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

11 Settembre 2001

- 1.** Calcolare il valore del seguente integrale

$$\int_1^e \cos(2 + \ln(x^3)) dx.$$

- 2.** Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^x \arctan \sqrt{|1 + \ln(t)|} dt$$

con particolare attenzione agli asintoti. Tracciarne un grafico approssimativo.

- 3.** Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\cos \left(\left(1 + \frac{1}{n^\alpha} \right)^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1 \right) - 1 \right].$$

- 4.** Sia $f : (-1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione crescente e continua tale che $f(-1) = -2$, $f(2) = 1$. Siano $g, h : (-1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ definite da

$$g(x) = 2 + \int_0^{x^3} f(t) dt, \quad h(x) = 1 + \int_0^x g(t) dt.$$

Calcolare con la massima precisione possibile $h\left(\frac{1}{100}\right)$.