

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 1**

Prova Scritta

4 Febbraio 2002

1. Provare che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2(\sqrt{t})}{t^3} dt = +\infty.$$

Quindi, calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2(\sqrt{t})}{t^3} dt.$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{arcctg} \left(\frac{x}{|x+2|} \right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

3. Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin t^3}{t^6 + |t|^{\frac{10}{3}}} dt.$$

Nel caso in cui converga calcolarne il valore.

4. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n \geq 1} \left(\left(1 + \sin^\alpha \left(\frac{1}{n} \right) \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right).$$

al variare del parametro $\alpha \geq 0$. (Facoltativo: studiare il caso $\alpha < 0$.)